

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ, НАУКЕ И ТЕХНОЛОШКОГ РАЗВОЈА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
И ОСНОВНА ШКОЛА "ЂУРА ЈАКШИЋ" ЗАЈЕЧАР



Билтен

СА ОКРУЖНОГ ТАКМИЧЕЊА
ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ШКОЛСКЕ 2017/2018. ГОДИНЕ



У ЗАЈЕЧАРУ 25. МАРТА 2018. ГОДИНЕ

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Време одржавања: Недеља, 25.03.2018. год.

Организатор: Актив наставника математике

Покровитељ: Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије,
Друштво математичара Србије

Домаћин: Основна школа "Ђура Јакшић" Зајечар

ОРГАНИЗАЦИЈА ТАКМИЧЕЊА

Саша Војновић, директор ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару
Горица Пераић, наставник математике ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару
Милијана Ђорђевић, наставник математике ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару
Тијана Јовановић, наставник математике ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару
Татјана Живковић, секретар ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару
Селена Младенов, педагог ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару
Гордана Марковски-психолог ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару
Владан Милетић, наставник информатике ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару

ОБРАДА ПОДАТАКА, ИЗРАДА БИЛТЕНА И ДИПЛОМА

Саша Војновић, Владан Милетић, Селена Младенов и Татјана Живковић.

ПРОГРАМ ТАКМИЧЕЊА

08:30 – 9:00.....Састанак организатора и чланова комисија
09:00 – 9:30.....Пријем такмичара
09:30 – 10:00.....Распоред такмичара
10:00 – 12:30.....Израда задатака
12:45 – 13:00.....Шифровање радова
13:00 – 15:00.....Преглед радова
15:00 – 15:30.....Дешифровање
16:00.....Привремени резултати
16:00 – 16:30.....Приговори
17:00.....Коначни резултати

ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЈА И ПОДКОМИСИЈА ЗА ПРИГОВОРЕ

ИМЕ И ПРЕЗИМЕ	ШКОЛА
Драгана Милошевић	ОШ "Десанка Максимовић" у Зајечару
Анета николић	ОШ "Митрополит Михаило" у Сокобањи
Миланка Крпетић	ОШ "9. српска бригада" у Бољевцу
Иванка Станковић	ОШ "Д.Т. Каплар" у Књажевцу
Ивана Глишић	ОШ "Љуба Нешић" у Зајечару

УМНОЖАВАЊЕ ТЕСТОВА

ИМЕ И ПРЕЗИМЕ	ШКОЛА
Тијана Јовановић	ОШ „Љ.Р. Нада“ Зајечар
Марина Станојевић	ОШ „Ђура Јакшић“ Зајечар
Аница Гајић	ОШ „Вук Караџић“ Књажевац
Ана Недељковић	ОШ „Ђура Јакшић“ Сумраковац
Слађана Николић	ОШ „Љ.Р. Нада“ Зајечар
Драгана Милошевић	ОШ „Десанка Максимовић“ Зајечар

ДЕЖУРНИ НАСТАВНИЦИ

УЧИОНИЦА БР. 1		
	Име и презиме наставника	Школа
1	Миодраг Петровић	ОШ "Хајдук Вељко" у Зајечару
2	Селена Шрајер	ОШ "Ј.Ј. Змај" у Салашу

УЧИОНИЦА БР. 2		
	Име и презиме наставника	Школа
1	Горан Пејчић	ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару
2	Сузана Рубежић	ОШ "Десанка Максимовић" у Зајечару

УЧИОНИЦА БР. 3		
	Име и презиме наставника	Школа
1	Биљана Миљковић	ОШ "Ј.Ј. Змај" у Салашу
2	Слађана Мијаиловић	ОШ "Љуба Нешић" у Зајечару

УЧИОНИЦА БР. 4		
	Име и презиме наставника	Школа
1	Горица Пераић	ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару
2	Данијела Томић	ОШ "Д.Т. Каплар" у Књажевцу

УЧИОНИЦА БР. 5		
	Име и презиме наставника	Школа
1	Неготинка Стојановић	ОШ "9. српска бригада" у Бољевцу
2	Биљана Миловић	ОШ "Љуба Нешић" у Зајечару

КОМИСИЈЕ ЗА ШИФРОВАЊЕ РАДОВА**ЧЕТВРТИ РАЗРЕД**

	<i>НАСТАВНИК</i>	<i>ШКОЛА</i>
1.	Јасмина Анђелић	ОШ "Десанка Максимовић" у Зајечару
2.	Верослав Пауновић	ОШ "Љ. Р. Нада" у Зајечару

ПЕТИ РАЗРЕД

	<i>НАСТАВНИК</i>	<i>ШКОЛА</i>
1.	Милијана Ђорђевић	ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару
2.	Снежана Станковић	ОШ "Хајдук Вељко" у Зајечару

ШЕСТИ РАЗРЕД

	<i>НАСТАВНИК</i>	<i>ШКОЛА</i>
1.	Тијана Јовановић	ОШ "Љ. Р. Нада" у Зајечару
2.	Светлана Николић Јауковић	ОШ "Хајдук Вељко" у Зајечару

СЕДМИ И ОСМИ РАЗРЕД

	<i>НАСТАВНИК</i>	<i>ШКОЛА</i>
1.	Слађана Николић	ОШ "Љубица Радосављевић Нада"
2.	Драгана Милошевић	ОШ "Десанка Максимовић" у Зајечару

КОМИСИЈЕ ЗА ПРЕГЛЕД РАДОВА**ЧЕТВРТИ РАЗРЕД**

1.	Јасмина Анђелић	ОШ "Десанка Максимовић" у Зајечару
2.	Верослав Пауновић	ОШ "Љ. Р. Нада" у Зајечару
3.	Данијела Данковић	ОШ "Дубрава" у Књажевцу
4.	Горан Петровић	ОШ "М. Михаило" у Сокобања
5.	Иванка Милановић	ОШ "9. Српска бригада" Бољевац

ПЕТИ РАЗРЕД

1.	Милијана Ђорђевић	ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару
2.	Снежана Станковић	ОШ "Хајдук Вељко" у Зајечару
3.	Анета Николић	ОШ "М. Михаило" у Сокобањи
4.	Миланка Крпетић	ОШ "9. Српска бригада" Бољевац
5.	Мија Лазаревић	ОШ "Вук Караџић" у Књажевцу

ШЕСТИ РАЗРЕД

1.	Тијана Јовановић	ОШ "Љ. Р. Нада" у Зајечару
2.	Светлана Николић Јауковић	ОШ "Хајдук Вељко" у Зајечару
3.	Ивана Глишић	ОШ "Љуба Нешић" у Зајечару
4.	Игор Василијић	ОШ "Десанка Максимовић" у Зајечару
5.	Данијела Милосављевић	ОШ "Д.Т. Каплар" у Књажевцу

СЕДМИ РАЗРЕД И ОСМИ РАЗРЕД

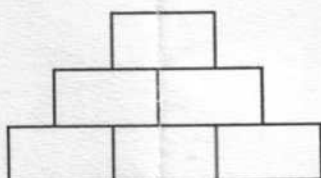
1.	Слађана Николић	ОШ "Љ. Р. Нада" у Зајечару
2.	Драгана Милошевић	ОШ "Десанка Максимовић" у Зајечару
3.	Тања Савић Панчић	ОШ "Љуба Нешић" у Зајечару
4.	Јелена Михајловић	ОШ "Дубрава" Књажевац
5.	Бојан Благојевић	ОШ "Вук Караџић" у Књажевцу

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
25.03.2018.

IV разред

1. Прецртај таблицу на папир који ћеш предати. Попуни празна поља бројевима тако да изнад свака два суседна броја буде њихов збир. У доњем реду треба да буду уписани бројеви 917, 1009, 2018, али тако да број уписан на врху таблице буде највећи могућ.



2. Квадрат је помоћу 7 дужи паралелних једној својој страници подељен на 8 једнаких правоугаоника. Збир обима тих правоугаоника је 216cm. Израчунај површину квадрата.
3. Правоугаоник је састављен од 12 једнаких квадрата чије су странице дужине 2cm. Колико највише може бити обим тог правоугаоника?
4. Колико пута треба употребити цифру 1 да би се написали сви парни природни бројеви мањи од 315?
5. Збир 2015 природних бројева једнак је 2018. Које све вредности може имати њихов производ? [Напомена: 0 није природан број.]

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

IV РАЗРЕД

**Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.**

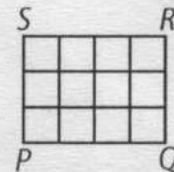
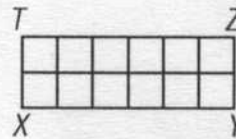
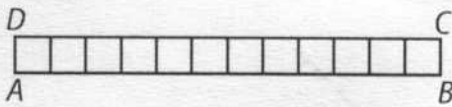
1. (МЛ 52/2) На слици је приказано једно од два могућа решења. Највећи број који може бити на врху таблице је 5962 [За правилан распоред у доњем реду **15 бодова**. Тачно попуњен остатак таблице **5 бодова**].

5962		
2935	3027	
917	2018	1009

2. У поменутом збиру обима правоугаоника, свака од 7 датих дужи (чије су дужине једнаке страници квадрата) учествује два пута (види слику), па је тај збир $7 \cdot 2 + 4 = 18$ пута дужи од странице квадрата [**10 бодова**]. Ако је дужина странице a , из $18 \cdot a = 216\text{cm}$, налазимо да је $a = 12\text{cm}$ [**5 бодова**], па је површина квадрата 144cm^2 [**5 бодова**].



3. Правоугаоник се може саставити од 12 квадрата на три начина, као што је приказано на сликама [**10 бодова**].



Означимо дужину странице квадрата са x . Обим правоугаоника $ABCD$ је $26 \cdot x = 26 \cdot 2\text{cm} = 52\text{cm}$ [**3 бода**], правоугаоника $XYZT$ је $16 \cdot x = 16 \cdot 2\text{cm} = 32\text{cm}$ [**3 бода**], а правоугаоника $PQRS$ је $14 \cdot x = 14 \cdot 2\text{cm} = 28\text{cm}$ [**3 бода**]. Дакле, обим највише може бити 52cm [**1 бод**].

4. Како се ради о парним бројевима, цифра 1 се у њима не јавља на месту јединица [**2 бода**]. У свакој стотини цифра 1 се на месној вредности десетице код парних бројева јавља 5 пута. Дакле, у прве 3 стотине, јавља се укупно 15 пута на месту десетица [**8 бодова**]. На месној вредности стотине цифра 1 се код парних бројева јавља 50 пута [**8 бодова**]. За запис тражених бројева у прве три стотине цифра један се употреби 65 пута. У четвртој стотини цифра 1 се употребљава за запис бројева 310, 312 и 314 [**2 бода**]. Дакле, за запис свих парних бројева до 315 цифра 1 се употреби 68 пута.

5. Постоје три могућности за одабир 2015 бројева чији је збир 2018: једна четворка и 2014 јединица [**6 бодова**]; једна тројка, једна двојка и 2013 јединица [**6 бодова**]; три двојке и 2012 јединица [**6 бодова**]. Дакле, производ може бити 4, 6 или 8 [**2 бода**; за сваки погрешан резултат -5 бодова, с тим да укупан збир не буде негативан].

**Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

**Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
25.03.2018.**

V разред

1. Одреди која се цифра налази на 2018-ом месту после запете у децималном запису броја $\frac{18}{7}$.
2. На колико начина је могуће испред и иза броја 2018 дописати по једну цифру (цифре не морају бити једнаке) тако да се добије шестоцифрени број дељив са 36?
3. Збир дужина неке две странице правоугаоника је 14cm, а збир дужина неке три његове странице је 19cm. Колики може бити обим тог правоугаоника?
4. На столу је десет папира на којима је записан по један природан број. Збир свих 10 бројева на папирима је 20182019. Могу ли се папири поделити у две групе (у групама не мора бити исти број папира) тако да је највећи број у свакој групи једнак збиру бројева на преосталим папирима у тој групи?
5. Дат је број 123456789101112...5960. Одреди:
а) највећи могућ; б) најмањи могућ
број који се добија када се у датом броју избрише 100 цифара.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 50/5) $\frac{18}{7} = 2,571428$ [10 бодова], а како је $2018 = 6 \cdot 336 + 2$,

тражена цифра је друга у периоди и једнака је 7 [10 бодова].

2. Да би број $x2018y$ био дељив са 36, мора бити дељив са 4 и 9 [5 бодова]. Да би био дељив и са 4 и са 9, у мора бити 0, 4 или 8 [5 бодова], а $x + y$ мора бити 7 или 16 [5 бодова]. Заменом y са 0, 4 или 8 добијамо редом да x може бити 7, 3 или 8, па постоје 3 броја са траженом особином и они су 720180, 320184 и 820188 [5 бодова. Ако ученик само наведе 1 или 2 броја, бодовати укупно са 5 односно 10 бодова; за сваки погрешно наведени број одузети 3 бода, с тим да укупан збир не буде негативан.]

3. Ако је збир две суседне странице 14cm, онда је обим правоугаоника 28cm [6 бодова].

Ако је збир две наспрамне странице 14cm, онда је дужина сваке 7cm. Означимо странице правоугаоника са a и b . Тада је $2a + b = 19$ cm или $a + 2b = 19$ cm, па друга страница може бити 5cm или 6cm, односно обим може бити 24cm [7 бодова] или 26cm [7 бодова].

Дакле, обим правоугаоника може бити 24cm, 26cm или 28cm.

4. Претпоставимо да је описана подела могућа. Како је највећи број у групи једнак збиру свих преосталих бројева, то значи да је збир бројева у обе групе паран број. Збир два парна броја је паран, па онда и збир свих бројева из обе групе мора бити паран. Како је 20182019 непаран број, закључујемо да се папири не могу поделити у две групе са траженом особином [20 бодова. Не признавати одговор „не“ без образложења.]

5. а) Дати број има 111 цифара, а добијени 11 цифара [2 бода]. Како се цифра 9 јавља 6 пута, не можемо их све узети јер се после последње јављају само цифре 6 и 0. Дакле, првих 5 цифара највећег броја су деветке, а преосталих 6 бирамо у делу 505152...57585960. Највећи тражени број је 99999785960 [9 бодова].

б) Најмањи број је 10000012340 [9 бодова].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
25.03.2018.

VI разред

1. Милош је написао 100 бројева. Први од тих бројева је 2, други 3, а сваки је, осим првог и последњег, једнак збиру њему претходног броја и броја који следи иза њега. Израчунај збир бројева које је Милош написао.
2. Сабирају се узастопни природни бројеви дељиви са 3 ($3 + 6 + 9 + 12 + \dots$). Колико таквих бројева треба сабрати да би збир био 100 пута већи од највећег сабирка?
3. Конструирај једнакокраки троугао чији је угао при врху 105° , а висина која одговара краку је 4cm.
4. На хипотенузи AB правоуглог троугла ABC одређена је тачка M тако да је $BM = BC$, а на катети CA тачка N тако да је $CN = CP$, где је P подножје висине троугла из темена C . Одреди меру угла CNM .
5. На колико начина се број 2018 може представити као производ тачно три различита цела броја? Редослед чинилаца није битан.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VI РАЗРЕД

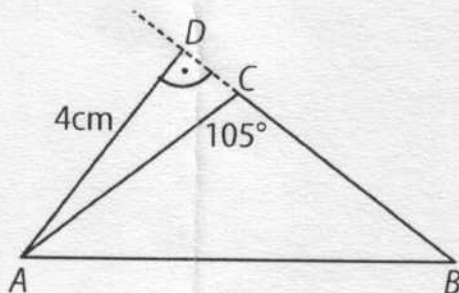
**Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.**

1. (МЛ 52/4) На другом месту је 3, а по услову задатка $3 = 2 + x$, где је x непознати број на трећем месту. Следи да је $x = 1$. Дакле, ти бројеви су 2, 3, 1, На четвртом месту, рачунајући на наведени начин, добијамо -2 , па -3 , па -1 , 2, 3, ... [6 бодова]. Дакле, бројеви које је Милош писао су 2, 3, 1, -2 , -3 , -1 , 2, 3, 1, Првих шест бројева се понавља и њихов збир је 0 [7 бодова]. Милош је написао 16 пута тих 6 бројева и још четири прва броја 2, 3, 1, -2 . Дакле, збир је $16 \cdot 0 + 2 + 3 + 1 - 2 = 4$ [7 бодова].

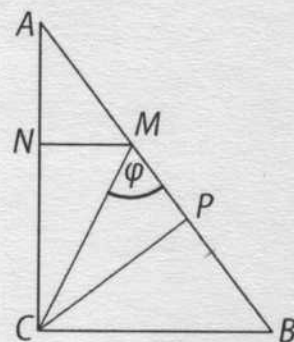
2. Означимо највећи сабирак са X . Тада је $3 + 6 + \dots + X = 100X$. Како $3|X$, то је $X = 3n$, $n \in \mathbb{N}$. Даље је $3 + 6 + \dots + 3n = 100 \cdot 3n$ [5 бодова]. Како је $3 + 6 + \dots + 3n = 3 \cdot \frac{n(n+1)}{2}$, то је $3 \cdot \frac{n(n+1)}{2} = 300n$ [10 бодова]. Решење једначине у скупу \mathbb{N} је $n = 199$, па закључујемо да је потребно сабрати 199 бројева [5 бодова].

3. Углови на основици троугла ABC су по $37^\circ 30'$ (половине угла од 75°) и знамо да се теме C налази на симетрали странице AB . Како је троугао тупоугли, висина која одговара краку је ван троугла. За троугао ABD знамо да је правоугли, једна катета је 4cm, и унутрашњи углови су 90° , $37^\circ 30'$ и $52^\circ 30'$ [7 бодова]. Троугао ABC можемо конструисати на следећи начин:

- најпре конструисамо троугао ABD (позната катета и два угла на њој) [7 бодова];
- треће теме C добијамо у пресеку симетрале странице AB и странице BD троугла ABD [6 бодова].



4. Како је $BM = BC$, то је $\sphericalangle BMC = \sphericalangle BCM = \varphi$, $\sphericalangle MCA = 90^\circ - \varphi$ [5 бодова]. Из троугла CPM добија се $\sphericalangle PCM = 90^\circ - \varphi$ [5 бодова]. Дакле, $\triangle MCN \cong \triangle MCP$ ($MC = MC$, $CP = CN$, $\sphericalangle PCM = \sphericalangle MCN = 90^\circ - \varphi$), па је и $\sphericalangle CNM = \sphericalangle CPM = 90^\circ$ [10 бодова. Не признавати одговор 90° без образложења].



5. Како је $2018 = 1 \cdot (-1) \cdot (-2018) = 1 \cdot 2 \cdot 1009 = (-1) \cdot (-2) \cdot 1009 = (-1) \cdot 2 \cdot (-1009) = 1 \cdot (-2) \cdot (-1009)$, то се број 2018 може представити на 5 наведених начина [свако тачно представљање по 4 бода, свако нетачно -2 бода, с тим да укупан збир не буде негативан].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
25.03.2018.

VII разред

1. Нека је H ортоцентар и O центар описане кружнице оштроуглог троугла ABC . Нека је тачка M други пресек праве одређене тачкама A и O са описаном кружницом. Докажи да троуглови BCM и ACH имају једнаке површине.
2. Да ли је број $\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{7-2\sqrt{12}}$ рационалан?
3. а) Колико делилаца у скупу природних бројева има број $2^3 \cdot 4^5 \cdot 6^{77}$?
б) Колико међу тим делиоцима има оних који су куб неког природног броја?
4. Дат је конвексан четвороугао са нормалним дијагоналама. Да ли обавезно постоји конвексан четвороугао са бар два права унутрашња угла, чије су странице (у неком поретку) једнаке страницама датог четвороугла?
5. Последња цифра броја $n^2 + 2n$ је 4 (n је природан број). Одреди претпоследњу цифру (цифру десетица) тог броја.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

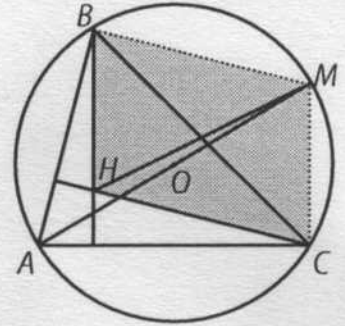
Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VII РАЗРЕД

**Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.**

1. (МЛ 51/4) Како је $BH \perp CA$ (висина троугла) и $MC \perp CA$ ($\sphericalangle MCA$ је над пречником), то је $BH \parallel MC$ (слика). Слично је $CH \parallel MB$, па је четвороугао $BMCH$ паралелограм. Одатле следи да су троуглови BCH и BCM подударни (ССС), па имају једнаке површине [20 бодова].

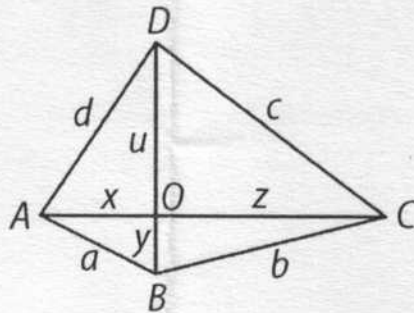


2. $\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{7-2\sqrt{12}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$ [4 + 4 + 4 бода] $= \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + 2-\sqrt{3} = 1$ [8 бодова]. Дакле, дати број је рационалан.

3. а) Како је $2^3 \cdot 4^5 \cdot 6^7 = 2^{20} \cdot 3^7$ [5 бодова], то дати број има $21 \cdot 8 = 168$ делилаца [5 бодова].

б) Како је $2^{20} \cdot 3^7 = (2^3)^6 \cdot 2^2 \cdot (3^3)^2 \cdot 3$, то дати број има $7 \cdot 3 = 21$ делилац који је куб неког природног броја [10 бодова. Ако се задатак решава набрајањем делилаца, за 1–14 набројаних 0 бодова, за 15–20 набројаних 5 бодова, за све набројане 10 бодова].

4. Нека је O тачка пресека дијагонала четвороугла $ABCD$ чије су странице $a = AB$, $b = BC$, $c = CD$, $d = DA$. Означимо дужине дужи AO , BO , CO , DO редом са x , y , z , u . Тада је $a^2 = x^2 + y^2$, $b^2 = y^2 + z^2$, $c^2 = z^2 + u^2$, $d^2 = u^2 + x^2$. Следи да је $a^2 + c^2 = x^2 + y^2 + z^2 + u^2 = b^2 + d^2$ [10 бодова]. Одавде закључујемо да ће четвороугао са дијагоналном дужине $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + u^2}$ и страницама дужине a и c са једне стране те дијагонале и страницама b и d са друге стране те дијагонале имати два права угла (у крајевима друге дијагонале) [10 бодова].



5. Прво решење: Из услова задатка следи да је последња цифра броја $n^2 + 2n + 1 = (n + 1)^2$ цифра 5. Самим тим и последња цифра броја $n + 1$ је једнака 5 [10 бодова], па је $n + 1 = 10k + 5$, за неко $k \in \mathbb{N}_0$. Квадрирањем добијамо да је $(n + 1)^2 = (10k + 5)^2 = 100k^2 + 100k + 25$, што значи да је двоцифрени завршетак броја $(n + 1)^2$ једнак 25, а броја $n^2 + 2n$ је 24. Дакле, цифра десетица броја $n^2 + 2n$ је 2 [10 бодова].

Друго решење. Производ $n(n + 2)$ се завршава цифром 4, што је могуће једино у случају да се n завршава цифром 4 (а $n + 2$ цифром 6) [10 бодова]. Дакле, мора бити $n = 10k + 4$, $n + 2 = 10k + 6$, па је $n(n + 2) = (10k + 4)(10k + 6) = 100(k^2 + k) + 24$, па се број $n^2 + 2n$ завршава са 24, тј. цифра десетица му је 2 [10 бодова].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
25.03.2018.

VIII разред

1. На табли је написано неколико позитивних реалних бројева од којих је сваки једнак једној деветини збира осталих бројева. Колико је бројева написано на табли?
2. Одреди све целе бројеве n за које је број $\frac{2n+1}{3n-1}$ такође цео.
3. Правилна четворострана призма и правилна четворострана пирамида имају једнаке основе, површине и запремине. Ако је површина основе 100cm^2 , израчунај висине та два тела.
4. Права која садржи средиште M крака AD трапеца $ABCD$, дели траpez на два дела једнаких површина и сече други крак у тачки N . Израчунај однос $BN : NC$ у зависности од дужина основица $AB = a, CD = b$.
5. Да ли се за неки природан број n збир првих n природних бројева може завршавати са 2018?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕЗУЛТАТИ

4. РАЗРЕД

РБ	Шифра	Име и презиме ученика	Школа	Место	Наставник	Бодови					УКУПНО	Награда
						1.	2.	3.	4.	5.		
1.	448	Миљана Станојевић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Новица Лападатовић	17	20	20	20	20	97	I
2.	457	Анастасија Шоршокановић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Сузана Рубежић	20	20	20	18	14	92	I
3.	461	Никша Зарић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Биљана Миловић	20	20	20	10	14	84	I
4.	450	Димитрије Миљковић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Јасмина Анђелић	20	2	20	10	20	72	II
5.	446	Арсеније Петровић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Данијела Томић	19	0	20	20	12	71	II
6.	407	Ђорђе Петровић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Бранкица Илијић	20	0	20	20	6	66	II
7.	470	Немања Симоновић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Биљана Миловић	20	2	20	10	12	64	II
8.	443	Милица Јеленковић	ОШ «Дубрава»	Књажевац	Данијела Данковић	20	2	20	20	0	62	II
9.	452	Јелена Цветковић	ОШ „Јован Јовановић Змај“	Салаш	Биљана Миљковић	20	0	20	20	0	60	II
10.	459	Стефан Нинић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Слађана Мијаиловић	20	0	20	20	0	60	II
11.	419	Матеја Мицић	„Хајдук Вељко“	Зајечар	Селена Ракић	20	0	20	20	0	60	II
12.	420	Страхиња Радојковић	ОШ „9.српскабригада“	Бољевац	Иванка Милановић	20	0	20	10	6	56	III
13.	451	Петар Кулић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Јасмина Анђелић	20	2	20	0	12	54	III
14.	409	Лана Михајловић	ОШ «Дубрава»	Књажевац	Мирјана Илић	20	2	20	10	0	52	III
15.	442	Нађа Радовановић –	ОШ «Вук Караџић»	Књажевац	Нела Митић	20	2	20	10	0	52	III
16.	454	Лена Бабић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Сузана Рубежић	20	0	20	10	0	50	III
17.	430	Страхиња Божић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Верослав Пауновић	20	0	20	10	0	50	III
18.	424	Страхиња Лилић	ОШ“Ђура Јакшић“	Зајечар	Горан Пејчић	20	2	6	20	0	48	Похвала
19.	466	Петар Владановић	„Хајдук Вељко“	Зајечар	Даница Вадувесковић	0	20	6	20	2	48	Похвала
20.	434	Лена Станојевић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Марија Костандиновић	15	0	20	0	12	47	Похвала
21.	410	Ксенија Рајковић	ОШ „9.српска бригада“	Бољевац	Неготинка Стојановић	20	2	3	20	0	45	Похвала

22.	449	Христина Јовановић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Сузана Рубежић	20	2	20	2	0	44	Похвала
23.	456	Мила Младеновић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Јасмина Анђелић	20	2	12	10	0	44	Похвала
24.	453	Ђурђа Стојановић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Јасмина Анђелић	20	2	6	2	12	42	Похвала
25.	403	Ања Војнић	ОШ „9.српскабригада“	Бољевац	Неготинка Стојановић	20	0	20	2	0	42	Похвала
26.	462	АндријаЂорђевић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Биљана Миловић	20	0	20	0	1	41	Похвала
27.	445	Петар Крстић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Данијела Томић	20	0	20	0	0	40	Похвала
28.	441	Наум Јовић	ОШ «Дубрава»	Књажевац	Данијела Данковић	20	0	20	0	0	40	Похвала
29.	421	Светлана Грујић	ОШ „Ђорђе Симеонович“	Подгор ац	Лелица Трајцуловић	20	0	0	20	0	40	Похвала
30.	455	Софија Јовановић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Јасмина Анђелић	20	2	6	10	0	38	
31.	406	Вања Иванов	ОШ „9.српскабригада“	Бољевац	Неготинка Стојановић	17	2	6	10	2	37	
32.	418	Драго Савић	ОШ «Вук Караџић»	Књажевац	Нела Митић	20	0	6	10	0	36	
33.	414	Алекса Радосављевић	ОШ „Митрополит Михаило“	Сокобања	Татјана Петровић	19	0	6	10	1	36	
34.	429	Душан Радојевић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Верослав Пауновић	20	0	6	10	0	36	
35.	447	Вук Михајловић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Данијела Томић	15	0	20	0	0	35	
36.	402	Вук Бранковић	ОШ „Митрополит Михаило“	Сокобања	Горан Петровић	20	0	3	10	2	35	
37.	432	Емилија Вученовић	ОШ „9.српска бригада“	Бољевац	Неготинка Стојановић	18	0	0	10	7	35	
38.	408	Ана Јанкуцић	ОШ „9.српска бригада“	Бољевац	Иванка Милановић	20	0	3	10	0	33	
39.	435	Марија Милетић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Верослав Пауновић	20	0	3	8	0	31	
40.	438	Лана Воштанић	ОШ «Вук Караџић»	Књажевац	Аница Гајић	20	0	0	10	0	30	
41.	427	Уна Миленовић	ОШ“Ђура Јакшић“	Зајечар	Горан Пејчић	20	0	0	10	0	30	
42.	460	Марко Миловић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Слађана Мијаиловић	0	2	20	0	7	29	
43.	416	Јован Савић	ОШ «Вук Караџић»	Књажевац	Аница Гајић	20	2	6	0	0	28	
44.	433	Павле Милетић	ОШ „9.српска бригада“	Бољевац	Иванка Милановић	20	2	6	0	0	28	
45.	428	Душан Ђорђевић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Марија Костандиновић	20	0	6	0	0	26	
46.	440	Алекса Стојковић	ОШ «Дубрава»	Књажевац	Данијела Данковић	15	0	6	2	0	23	
47.	423	Ђорђе Крстић	ОШ“Ђура Јакшић“	Зајечар	Горан Пејчић	20	0	3	0	0	23	
48.	458	Христијан Мадужић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Марија Костандиновић	20	0	3	0	0	23	

49.	465	Кристина Ранђеловић	„Хајдук Вељко“	Зајечар	Миодраг Петровић	20	0	3	0	0	23	
50.	415	Лука Марковић	ОШ „Митрополит Михаило“	Сокобања	Татјана Петровић	0	0	20	2	0	22	
51.	469	Илија Алексић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Биљана Миловић	20	0	0	2	0	22	
52.	405	Тина Милетић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Бранкица Илијић	20	0	0	0	0	20	
53.	404	Милан Веселиновић	ОШ „9.српска бригада“	Бољевац	Неготинка Стојановић	18	2	0	0	0	20	
54.	464	Исидора Стојановић	„Хајдук Вељко“	Зајечар	Даница Вадувесковић	0	0	20	0	0	20	
55.	413	Андрија Живановић	ОШ „Митрополит 56.Михаило“	Сокобања	Милена Јевтић	17	0	0	2	0	19	
56.	425	Милица Младеновић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Мелита Величковић	17	0	0	0	0	17	
57.	444	Јован Томић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Данијела Томић	0	0	3	10	0	13	
58.	463	Јелена ПопМанић	„Хајдук Вељко“	Зајечар	Даница Вадувесковић	0	0	3	10	0	13	
59.	439	Јана Рајковић	ОШ «Вук Караџић»	Књажевац	Нела Митић	0	2	6	2	0	10	
60.	468	Ања Петровић	„Хајдук Вељко“	Зајечар	Селена Симоновић	0	0	0	10	0	10	
61.	467	Невена Лилић	„Хајдук Вељко“	Зајечар	Селена Симоновић	0	0	6	2	0	8	
62.	412	Алекса Михјловић	ОШ „Митрополит Михаило“	Сокобања	Горан Петровић	0	0	0	5	0	5	
63.	417	Љубица Пешић	ОШ «Вук Караџић»	Књажевац	Аница Гајић	0	0	3	0	0	3	
64.	401	Анђелија Видојковић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Данијела Томић	0	0	3	0	0	3	
65.	437	Ђина Ђорђевић	ОШ «Вук Караџић»	Књажевац	Нела Митић	0	0	0	2	0	2	
66.	411	Мартин Стефановић	ОШ „Митрополит Михаило“	Сокобања	Славица Првуловић	0	0	0	2	0	2	
67.	436	Анђела Нарић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Мелита Величковић	0	0	0	2	0	2	
68.	426	Виктор Радивојевић	ОШ „Ђорђе Симеоновић“	Подгор ац	Лелица Трајцуловић	0	2	0	0	0	2	

РЕЗУЛТАТИ

5. РАЗРЕД

РБ	Шифра	Име и презиме ученика	Школа	Место	Наставник	Бодови					Награда	
						1.	2.	3.	4.	5.		УКУПНО
1.	510	Теодора Мишић	ОШ «Вук Караџић»	Књажевац	Маја Лазаревић	20	20	20	20	2	82	I
2.	509	Софија Николић	ОШ «Ђура Јакшић»	Зајечар	Милијана Ђорђевић	20	20	20	0	11	71	I
3.	501	Тара Лазаревић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Драгана Милошевић	0	20	20	20	2	62	II
4.	522	Урош Првановић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Маја Бојовић	20	15	6	0	20	61	II
5.	513	Даница Марковић	ОШ „Митрополит Михаило“	Сокобања	Анета Николић	20	0	13	20	2	55	III
6.	515	Лазар Милановић	ОШ «Вук Караџић»	Књажевац	Бојан Богојевић	0	20	13	0	20	53	III
7.	518	Софија Милошевић	ОШ «Дубрава «	Књажевац	Јелена Михајловић	20	20	7	0	2	49	Похвала
8.	525	Матеја Џунић	„Хајдук Вељко“	Зајечар	Љиљана Марковић	20	20	6	0	2	48	Похвала
9.	514	Ања Милошевић	ОШ «Вук Караџић»	Књажевац	Бојан Богојевић	20	20	7	0	0	47	Похвала
10.	529	Маша Тричковић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Игор Василијић	20	20	6	0	0	46	Похвала
11.	528	Ђорђе Петровић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Слађана Николић	20	15	7	0	0	42	Похвала
12.	519	Нађа Јаначковић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Весна Богдановић	20	5	13	0	0	38	Похвала
13.	533	Душан Петковић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Драгана Милошевић	20	5	13	0	0	38	Похвала
14.	512	Мила Велојић	ОШ „Митрополит Михаило“	Сокобања	Анета Николић	20	5	13	0	0	38	Похвала
15.	517	Милица Ђорђевић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Весна Богдановић	10	20	6	0	0	36	
16.	502	Маша Матијевић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Драгана Милошевић	10	20	6	0	0	36	
17.	516	Нина Миленковић	ОШ «Вук Караџић»	Књажевац	Бојан Богојевић	0	15	13	0	0	28	
18.	511	Теодора Трифић	ОШ „Митрополит Михаило“	Сокобања	Анета Николић	0	20	6	0	2	28	
19.	503	Дуња Илић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Драгана Милошевић	0	20	7	0	0	27	
20.	524	Марија Станојевић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Маја Бојовић	0	20	7	0	0	27	
21.	526	Лана Алексић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Маја Бојовић	0	0	6	20	0	26	

22.	523	Михајло Ранчић	„Хајдук Вељко“	Зајечар	Снежана Станковић	0	5	6	10	0	21	
23.	531	Михајло Станојловић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Слађана Николић	0	10	6	0	0	16	
24.	520	Петар Видојевић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Весна Богдановић	0	0	13	0	0	13	
25.	530	Никола Митровић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Слађана Николић	0	5	7	0	0	12	
26.	527	Стефан Мијачић	„Хајдук Вељко“	Зајечар	Љиљана Марковић	0	5	6	0	0	11	
27.	536	Ивона Стефановић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Ивана Глишић	0	0	7	0	0	7	
28.	532	Богдан Бачунић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Слађана Николић	0	0	7	0	0	7	
29.	534	Никола Керић	ОШ „9.српска бригада“	Бољевац	Миланка Крпетић	0	0	7	0	0	7	
30.	535	Катарина Стефановић	ОШ „9.српска бригада“	Бољевац	Марина Петровић	0	0	6	0	0	6	
31.	521	Михајло Лападатовић	ОШ „Ђура Јакшић“	Сумрак овац	Ана Недељековић	0	0	6	0	0	6	

РЕЗУЛТАТИ

6. РАЗРЕД

РБ	Шифра	Име и презиме ученика	Школа	Место	Наставник	Бодови					Награда	
						1.	2.	3.	4.	5.		УКУПНО
1.	625	Павле Кулић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Игор Василијић	20	20	20	0	20	80	I
2.	608	Нађа Шамбо	ОШ «Вук Караџић»	Књажевац	Маја Лазаревић	20	20	20	0	16	76	I
3.	621	Петар Савићевић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Тијана Јовановић	0	20	20	0	16	56	II
4.	602	Кристина Марјановић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Данијела Милосављевић	20	20	0	0	4	44	II
5.	627	Димитрије Мицић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Драгана Милошевић	0	0	20	0	16	36	III
6.	616	Десанка Младеновић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Маја Бојовић	0	0	20	0	16	36	III
7.	431	Ђорђе Николић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Данијела Милосављевић	13	0	0	0	16	29	Похвала
8.	607	Марко Ракић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	ИванкаСтанковић	0	0	20	0	4	24	Похвала
9.	623	Павле Маринковић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Игор Василијић	20	0	0	0	4	24	Похвала
10.	624	Растко Јовић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Тијана Јовановић	0	0	0	20	4	24	Похвала
11.	610	Нина Станковић	„Хајдук Вељко“	Зајечар	Светлана Николић Јауковић	20	0	0	0	4	24	Похвала
13.	603	Даница Трифић	ОШ „Митрополит Михаило“	Сокобања	Анета Николић	13	0	7	0	4	24	Похвала
12.	422	Јана Павловић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Данијела Милосављевић	0	0	0	0	20	20	Похвала
14.	609	Марија Кукић	ОШ «Вук Караџић»	Књажевац	Маја Лазаревић	0	0	0	0	16	16	
15.	626	Милан Јанковић	ОШ „Јован Јовановић Змај“	Салаш	Селена Шрајер	0	0	0	0	16	16	
16.	615	Миа Милосављевић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Ивана Глишић	0	0	0	0	16	16	
17.	606	Јелена Лазаревић	ОШ „9.српска бригада“	Бољевац	Миланка Крпетић	0	0	0	0	16	16	
18.	605	Анђела Милосављевић	ОШ „9.српска бригада“	Бољевац	Миланка Крпетић	0	0	0	0	16	16	
19.	613	Петар Динић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Ивана Глишић	0	0	0	0	13	13	

20.	604	Анастасија Перић	ОШ „Ђорђе Симеоновић“	Подгорац	Слађан Пајкић	0	0	0	0	12	12	
21.	612	Ана Милановић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Тања Савић Панчић	0	0	7	0	4	11	
22.	614	Павле Динић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Ивана Глишић	6	0	0	0	0	6	
23.	601	Анђелина Божић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Весна Богдановић	0	0	0	0	4	4	
24.	618	Лука Трандафиловић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Ивана Глишић	0	0	0	0	4	4	
25.	622	Вук Живковић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Тијана Јовановић	0	0	0	0	4	4	
26.	619	Владимир Никодијевић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Марија Никодијевић	0	0	0	0	4	4	
27.	611	Анђела Стојановић	„Хајдук Вељко“	Зајечар	Светлана Николић Јауковић	0	0	0	0	4	4	
28.	620	Марија Димитријевић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Драгана Милошевић	0	0	0	0	0	0	
29.	617	Лазар Тодоровић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Маја Бојовић	0	0	0	0	0	0	

РЕЗУЛТАТИ 7. РАЗРЕД

РБ	Шифра	Име и презиме ученика	Школа	Место	Наставник	Бодови					УКУПНО	Награда
						1.	2.	3.	4.	5.		
1.	705	Страхиња Соколовић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Игор Василијић	20	20	15	0	20	75	I
2.	708	Милош Васиљевић	ОШ „Ђорђе Симеоновић“	Подгор ац	Слађан Пајкић	20	12	0	0	20	52	II
3.	702	Жељко Чукић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Игор Василијић	0	20	5	0	20	45	III
4.	703	Јована Маринковић	„Хајдук Вељко“	Зајечар	Милена Јовић	0	20	5	0	20	45	III
5.	701	Павле Савић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Игор Василијић	0	0	0	0	20	20	Похвала
6.	707	Никола Голубовић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Маја Бојовић	0	0	0	0	20	20	Похвала
7.	706	Јелена Петковић	ОШ „9.српска бригада“	Бољевац	Марина Петровић	0	0	0	0	20	20	Похвала
8.	709	Милош Секулић	ОШ „Ђура Јакшић“	Сумрак овац	Ана Недељковић	0	0	0	0	20	20	Похвала
9.	710	Лука Недељковић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Весна Богдановић	0	12	0	0	0	12	
10.	704	Сташа Илић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Слађана Николић	0	0	0	0	0	0	

РЕЗУЛТАТИ 8. РАЗРЕД

РБ	Шифра	Име и презиме ученика	Школа	Место	Наставник	Бодови					УКУПНО	Награда
						1.	2.	3.	4.	5.		
1.	806	Василије Јовановић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Драгана Милошевић	20	20	13	0	0	53	I
2.	801	Зоран Лунгановић	ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	Драгана Милошевић	10	10	13	0	20	53	I
3.	804	Даница Јовановић	„Хајдук Вељко“	Зајечар	Светлана Николић Јауковић	0	20	13	0	0	33	II
4.	808	Лазар Николић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Тања Савић Панчић	10	5	5	0	8	28	II
5.	504	Богдан Милутиновић	ОШ «Д.Т.Каплар»	Књажевац	Бранкица Петковић	0	20	5	0	0	25	III
6.	803	Петра Аврамовић	ОШ „Митрополит Михаило“	Сокобања	Марко Шаровић	0	20	5	0	0	25	III
7.	802	Стеван Вугделија	„Хајдук Вељко“	Зајечар	Светлана Николић Јауковић	20	0	5	0	0	25	III
8.	505	Теодора Лазаревић	ОШ „9.српска бригада“	Бољевац	Миланка Крпетић	0	20	0	0	0	20	Похвала
9.	506	Петар Васиљевић	ОШ „Ђорђе Симеоновић“	Подгорац	Срђан Пајкић	0	20	0	0	0	20	Похвала
10.	805	Вељко Цоцојевић	ОШ „Митрополит Михаило“	Сокобања	Весна Миленовић	0	10	5	0	0	15	
11.	507	Марија Михајловић	ОШ „Јован Јовановић Змај“	Салаш	Селена Шрајер	0	10	0	0	0	10	
12.	809	Ђурђа Видановић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Маја Бојовић	0	5	5	0	0	10	
13.	810	Матеја Станковић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Маја Бојовић	0	5	5	0	0	10	
14.	807	Нађа Славковић	Љ. Р. Нада	Зајечар	Марија Никодијевић	0	5	5	0	0	10	
15.	508	Вељко Велимировић	ОШ «Вук Караџић»	Књажевац	Бојан Богојевић	0	0	5	0	0	5	